



# 采用人体三维转动研究的新方法分析跳马侧手翻直体侧空翻转体 990° 技术动作

岳卫亚, 钱竞光, 宋雅伟

**摘要:** 采用人体三维转动新的运动学指标和方法——卡尔丹角及绝对角速度对江苏队健将级运动员吕军海跳马侧手翻直体侧空翻转体 990° 高难技术动作进行了全过程测试分析, 给出了完整的人体侧翻、空翻、转体三维转动数据, 揭示了该高难动作技术三维转动规律以及侧翻、空翻、转体技术特征, 为我国运动员发展和改进此类动作技术提供了全新的理论和实践上的参考依据。

**关键词:** 跳马; 侧翻、空翻、转体技术特征; ‘早旋’

中图分类号: G804.6 文献标识码: A 文章编号: 1006-1207(2009)05-0049-04

## Kinematic Analysis of the Tsuchakara 3/1 Horse Vaulting by the Study Method of Human Body 3D Rotation

YUE Wei-ya, QIAN Jing-Guang, SONG Ya-Wei

(Department of Human Sports Science, Nanjing Sport Institute, Nanjing 210014, China.)

**Abstract:** By using Cardanic angle and absolute angular velocity, the authors analyzed the Tsuchakara 3/1 of the horse vaulting of Lu Junhai, one of the top gymnasts in Jiangsu Province. The article provides the full 3D rotation data of sideflip, somersault & twist. It reveals the 3D rotation law of this high-difficult movement and the technical characteristics of sideflip, somersault & twist. It aims to offer a brand new theoretical and practical reference basis for developing and improving this kind of movements.

**Key words:** horse vaulting; characteristics of sideflip, somersault & twist; "early spin"

### 1 前言

现代跳马高难技术动作都体现在人体三维转动上, 尤其随着转体角度增多(990°)第二腾空时间延长(在 0.96 s~1.20 s 之间)主要难度动作都在第二腾空中出现<sup>[1]</sup>, 但查询的大量文献<sup>[1~18]</sup>发现对跳马中人体三维转动的研究非常肤浅, 比如第二腾空这么长时间没有对组成难度动作的人体侧翻、空翻、转体技术进行全过程追踪研究, 也没有见到完整的人体侧翻、空翻、转体三维转动数据, 其中侧翻转动数据还是空白。究其原因是对人体及人体环节三维转动没能给予全面的定量刻画, 没有合适有效的指标来描述计算人体三维转动。因此本文采用新的人体三维转动运动学指标和方法——卡尔丹角及绝对角速度, 对江苏队健将级运动员吕军海跳马侧手翻直体侧空翻转体 990° 动作进行全过程测试分析, 全面揭示其三维转动规律以及侧翻、空翻、转体技术特征, 为我国运动员发展此类高难技术动作以及它们的训练提供全新的技术参数和理论依据。

### 2 研究方法

#### 2.1 卡尔丹角(Cardan) 与人体三维转动

当谈到人体三维转动比如在空中做侧翻、空翻、转体时, 实际上转动的部分是指人体的躯干<sup>[19]</sup>。躯干作为刚体有 6 个自由度(3 个平动自由度和 3 个转动自由度)。要确定躯干的运动, 除了 3 个平动自由度以外(这 3 个平动自由度

用线坐标来确定, 不必赘述), 还有 3 个转动自由度需用角坐标来确定。我们采用绕人体解剖学确定身体方位的矢状轴、额状轴和垂直轴<sup>[20]</sup>转动作为躯干的 3 个转动自由度, 并且按矢状轴、额状轴和垂直轴的顺序进行转动, 这就是卡尔丹角的定义, 沿 3 根轴顺序转动的 3 个角坐标就叫卡尔丹角, 沿矢状轴转动即为侧翻、沿额状轴转动即为空翻、沿垂直轴转动即为转体。由这些定义可以看出, 采用卡尔丹角研究人体三维转动将带来明确的物理意义和实际意义。

#### 2.2 卡尔丹角及绝对角速度的计算与编程

卡尔丹角和绝对角速度都是由方向余弦矩阵 A 计算出来的, 见式(2-1)和式(2-2)<sup>[21]</sup>(注: 方向余弦矩阵 A 是由三维影像解析出的人体关节点坐标在躯干质心上<sup>[22]</sup>建立矢状轴、额状轴和垂直轴连体基<sup>[23]</sup>后, 由此连体基在空间固定坐标系上的投影求出)。

$$\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c q_2 c q_3 & -c q_2 s q_3 & s q_2 \\ s q_1 s q_2 c q_3 + c q_1 s q_2 & -s q_1 s q_2 s q_3 + c q_1 s q_2 & -s q_1 c q_2 \\ -c q_1 s q_2 c q_3 + s q_1 s q_2 & c q_1 s q_2 s q_3 + s q_1 c q_2 & c q_1 c q_2 \end{pmatrix} \quad (2-1)$$

式(2-1)左边  $A_{ij}, i, j=1, 2, 3$  是躯干方向余弦矩阵 A 的元素, 右边  $q_1, q_2, q_3$  分别是绕躯干矢状轴卡尔丹角、绕额状轴卡尔丹角和绕垂直轴卡尔丹角(式中  $c q_i$  和  $s q_i, i=1, 2, 3$  是  $\cos q_i, \sin q_i$  的简写)。因为已知 A 由三维影像解析给出,

收稿日期: 2009-08-15

第一作者简介: 岳卫亚(1955-), 男, 讲师, 博士。主要研究方向: 运动技术解析与诊断, 肌动力学。

作者单位: 南京体育学院运动人体科学系, 江苏南京 210014



因此根据矩阵相等其对应元素相等的关系<sup>[24]</sup>就可计算出卡尔丹角  $q_1, q_2, q_3$ 。

$$A^T \dot{A} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_x & \omega_y \\ \omega_x & 0 & -\omega_z \\ -\omega_y & \omega_z & 0 \end{pmatrix} \quad (2-2)$$

式(2-2)左边  $A^T$  和  $\dot{A}$  是躯干方向余弦矩阵  $A$  的转置及  $A$  对时间的导数, 右边  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  是绝对角速度  $\vec{\omega}$  在躯干矢状轴、额状轴和垂直轴连体基上的投影分量。

根据以上求卡尔丹角和绝对角速度的计算方法, 使用 FORTRAN77<sup>[25]</sup>和 Visual C++6.0<sup>[26]</sup>语言编制了完整的计算软件。

### 3 研究对象与测试结果分析

#### 3.1 研究对象

吕军海, 年龄 22 岁、身高: 165 cm、体重: 62 kg, 健将级运动员, 曾获十届全运会跳马第四名。

#### 3.2 测试方法

拍摄了江苏省体操队备战十一届全运会一次正式测验中吕军海三次跳马侧手翻直体侧空翻转体990° 动作的全过程, 选其中动作最好一次进行分析。现场用两台日本产 SONY DCR-PC330E 型号的摄像机, 拍摄速度为 25 幅/s, 两机高度为 1.5 m, A 机位于马右侧方、B 机位于跑道外马的左侧方, 两机主光轴互成 120° (见图 1)。

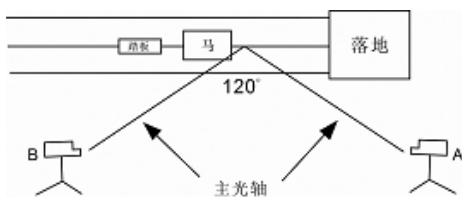


图 1 现场拍摄图  
Figure 1 Pictures Recorded on the Spot

测验完毕后架固定框架(爱捷三维 DLT 辐射框架)并进行了拍摄。对拍摄到的原始材料先通过本文作者以前用 DLT 法编制的三维影像解析软件进行计算, 用 5 点 3 次方法进行平滑, 得到身体 21 个关节三维坐标后<sup>[23]</sup>, 再采用以上编制的三维转动计算软件进行计算, 最后得到随时间变化的躯干侧翻、空翻、转体三维独立转动的运动学指标—卡尔丹角及绝对角速度(见表 1、表 2 和图 2)。

#### 3.3 结果与分析

考虑到第二腾空身体相对于总质心动量矩守恒的性质, 我们将跳马过程分成两个阶段: 一为从踏板到推手阶段, 二为第二腾空阶段, 全过程都用以上新的运动学指标和方法进行分析。

##### 3.3.1 踏板到推手阶段技术分析

参看表 1, 在 0.00 s 助跑最后一步刚踏上板时, 吕军海身体躯干侧翻角速度为  $-0.5 \text{ rad/s}$  (负号表示顺时针即左侧翻)、空翻角速度  $0.6 \text{ rad/s}$  (正号表示逆时针即前空

表 1 吕军海踏板到推手阶段三维转动数据  
Table I 3D Rotation Data during the Stage from Lu Junhai's Spring Board Stepping

	时间 (s)	侧翻		空翻	转体
		角度 (°)	角速度 (rad/s)	角速度 (rad/s)	角速度 (rad/s)
踏板	0.00	0.00	-0.5	0.6	-1.5
	0.04	-3.18	-2.9	6.0	-5.0
	0.08	-9.42	-4.1	6.5	-7.2
第一腾空	0.12	-18.53	-5.1	3.8	-6.4
	0.16	-32.29	-6.5	1.0	-2.8
推手	0.20	-48.92	-7.1	0.2	1.0
	0.24	-65.25	-6.5	1.0	2.8
	0.28	-79.36	-5.4	2.2	2.8
	0.32	-91.01	-4.6	3.1	2.1
	0.36	-101.11	-4.2	3.4	2.0
	0.40	-111.29	-4.5	3.4	3.2

表 2 吕军海第二腾空阶段三维转动数据  
Table II 3D Rotation Data at Lu Junhai's 2nd Takeoff Stage

	时间 (s)	空翻		转体	
		角度 (°)	角速度 (rad/s)	角度 (°)	角速度 (rad/s)
第二腾空	0.40	0.00	3.4	0.00	3.2
	0.44	7.14	3.7	10.38	5.3
	0.48	15.34	5.3	27.09	7.2
	0.52	28.29	7.9	47.56	7.6
	0.56	48.33	10.3	65.96	7.4
	0.60	75.79	13.3	82.17	9.0
	0.64	114.93	13.9	107.22	12.2
	0.68	150.56	7.6	153.51	15.2
	0.72	156.06	-0.7	194.16	15.2
	0.76	-13.52	-6.9	227.91	14.7
	0.80	-36.68	-6.2	268.88	18.4
	0.84	-45.63	1.4	333.47	20.7
	0.88	178.08	12.0	386.02	13.5
	0.92	218.14	18.2	414.52	8.1
	0.96	270.86	18.5	439.08	9.0
	1.00	314.89	9.6	484.04	14.8
	1.04	317.38	-2.5	532.90	19.0
1.08	-77.75	-11.7	578.73	16.1	
1.12	-120.49	-10.7	634.51	16.0	
1.16	-134.79	-0.4	681.44	18.2	
1.20	335.38	9.3	729.62	17.1	
1.24	367.86	12.1	785.58	15.6	
1.28	390.32	8.5	827.22	14.7	
1.32	402.11	3.3	863.86	15.2	
1.36	402.53	-2.6	903.20	15.2	
1.40	-148.17	-7.6	941.69	13.0	
1.44	-167.29	-7.6	973.39	10.5	
落地	1.48	-179.01	-3.9	994.95	6.7
	1.52	-183.63	0.7	1004.75	2.5



翻)、转体角速度  $-1.5 \text{ rad/s}$  (负号表示顺时针即右转体。以下正负号同义), 几乎都接近于零, 这说明吕军海助跑最后一步身体完全保持平动, 符合助跑是提高身体平动速度的目的, 此时身体质心水平速度为  $7.36 \text{ m/s}$ , 上板低而快。  $0.08 \text{ s}$  在板上进入蹬伸, 身体迅速开始空翻  $6.5 \text{ rad/s}$  和转体  $-7.2 \text{ rad/s}$ , 这是为了侧手翻上马必须要做的右转体, 但这与文献[18]所说的是蹬离板后进入第一腾空才开始右转体有很大出入。笔者认为从转体的效果来看, 在板上发动转体比空中发动有效, 因为在板上可以利用脚与板的旋转力矩控制和加大旋转力度。  $0.12 \text{ s}$  处进入第一腾空, 为了侧手翻倒立上马, 侧翻角速度开始增大, 达到  $0.20 \text{ s}$  处的  $-7.1 \text{ rad/s}$ 。从  $0.20 \text{ s}$  推手开始到  $0.40 \text{ s}$  推手结束, 身体此时要快速侧向立在马上, 因此侧翻角速度保持连续高值, 而空翻和转体角速度明显连续减小, 这对保证侧手翻快速上马动作的质量有决定性的作用。但最后推手离马前即  $0.40 \text{ s}$  处和离马瞬间  $0.44 \text{ s}$  处 (见表2), 转体角速度明显增大为  $3.2\sim 5.3 \text{ rad/s}$ 。这一现象很重要, 要引起特别的注意, 为此我们查看了吕军海另外两次侧手翻转体  $90^\circ$  跳马动作以及其他运动员侧手翻转体  $810^\circ$  跳马动作的数据发现都有这种现象 (文献[18]对此现象虽有报道, 但没有给出具体数据)。这说明侧手翻上马侧空翻转体在进入第二腾空前就已经有 ‘早旋’<sup>[27]</sup> 动作, 它与前手翻上马空翻转体进入第二腾空后才有 ‘晚旋’<sup>[27]</sup> 动作有很大的差别。

从整个踏板到推手阶段的所有角度和角速度量值来看, 吕军海侧翻角度 (为  $-111.29^\circ$ ) 和角速度都最大, 空翻、转体角度和角速度都很小, 它们只是为侧手翻倒立上马创造条件, 因而增加侧翻角速度是本阶段的主要任务。但离马瞬间要有初始转体角速度即 ‘早旋’ 可能是侧手翻直体侧空翻转体动作的重要特点。

### 3.3.2 第二腾空阶段技术分析

第二腾空阶段的动作难度和完成好坏是评判跳马动作价值和主要依据。吕军海第二腾空阶段特征如下: 从  $0.44 \text{ s}$  腾空开始到  $1.44 \text{ s}$  落地共花费了  $1.00 \text{ s}$ , 推离马时身体重心水平速度为  $3.52 \text{ m/s}$  垂直速度为  $3.45 \text{ m/s}$ , 重心距地面最高点  $3.02 \text{ m}$ , 侧翻最大角速度为  $-11.1 \text{ rad/s}$ , 空翻最大角速度为  $18.5 \text{ rad/s}$ , 转体最大角速度为  $20.7 \text{ rad/s}$ 。

参看表2, 在  $0.44 \text{ s}$  处进入第二腾空, 此时吕军海初始转体角速度为  $5.3 \text{ rad/s}$ , 这是通过在推离马时手与马作用的旋转力矩造成 ‘早旋’ 得来的。由于第二腾空为了增加难度, 转体角度越来越大 ( $990^\circ$ ), 完全靠第二腾空的 ‘晚旋’ 很难完成, 因此 ‘早旋’ 动作显得非常必要。接着在  $0.48 \text{ s}$  处人体开始有些屈髋, 减小了对额状轴的转动惯量, 空翻角速度迅速增大, 在  $0.64 \text{ s}$  处达到  $13.9 \text{ rad/s}$ 。此刻从运动影像中可以看到吕军海正在做前空翻运动, 虽然此时两手已放下但并未抱胸, 因而转体角速度相对空翻角速度较小为  $12.2 \text{ rad/s}$ 。随后  $0.68\sim 0.84 \text{ s}$  处, 人体开始快速抱胸转头, 由于减小了对垂直轴的转动惯量, 转体角速度迅速增大, 在  $0.84 \text{ s}$  处达到最大转体角速度  $20.7 \text{ rad/s}$  (这与文献[18]报道的最大转体角速度  $24.16 \text{ rad/s}$  出入较大。仔细考虑这个  $24.16 \text{ rad/s}$  的来源, 可能是采用报道中的数据 ( $630^\circ\sim 270^\circ$ ) /  $0.26=24.16 \text{ rad/s}$ , 但这是广义速度, 与式 (2-2) 转体绝对角速度是不同的, 况且还是平均广义速度, 反映不

出瞬时状态的情况, 参照[21] [28])。此时吕军海转体了  $333.47^\circ$ , 在刚过重心距地面最高点  $3.02 \text{ m}$  处立在空中。在这第一圈  $360^\circ$  转体中, 吕军海转体瞬时角速度从  $5.3 \text{ rad/s}$  增加到  $20.7 \text{ rad/s}$ , 翻了  $3.9$  倍。根据身体相对总质心动量矩守恒, 这种改变是通过身体不同分体 (四肢和头) 动量矩的改变实现的 (本质上是 ‘晚旋’)。而此时各分体动量矩是由两部分组成: 第一部分是分体相对于分体质心动量矩, 第二部分是分体质心相对于身体总质心动量矩, 见式 (3-1)<sup>[29]</sup>。

$$\bar{L}_c = \sum_{i=1}^n \bar{L}_{ic} = \sum_{i=1}^n (\bar{J}_{ic} * \bar{\omega}_i + m_i \bar{\rho}_{ic} \times \dot{\bar{\rho}}_{ic}) \quad (3-1)$$

式中  $\bar{L}_c$  是整个身体相对于人体总质心的总动量矩,  $\bar{L}_{ic}$  是第  $i$  个分体相对于人体总质心的分动量矩,  $\bar{J}_{ic}$  是第  $i$  个分体相对其分体质心的转动惯量张量,  $\bar{\omega}_i$  是第  $i$  个分体的绝对角速度,  $m_i$  是第  $i$  个分体的质量,  $\bar{\rho}_{ic}$  是第  $i$  个分体质心相对于总质心的相对矢量,  $\dot{\bar{\rho}}_{ic}$  是第  $i$  个分体质心相对于总质心的相对速度。根据此公式某一分体  $\bar{\rho}_{ic}$  或  $\dot{\bar{\rho}}_{ic}$  发生改变 (当然转动惯量也跟着改变), 该分体相对于人体总质心分动量矩  $\bar{L}_{ic}$  就会改变, 由于身体总动量矩  $\bar{L}_c$  守恒, 身体其他分动量矩 (躯干角速度) 就必会改变。从影片图像上看到吕军海两手抱胸躯干转体瞬时角速度从  $5.3 \text{ rad/s}$  加大到  $20.7 \text{ rad/s}$  就遵循了这个原理。但请注意: 根据式 (3-1), 若  $\bar{\rho}_{ic}$  改变相同, 快速 ( $\dot{\bar{\rho}}_{ic}$  大) 的抱胸与慢速 ( $\dot{\bar{\rho}}_{ic}$  小) 的抱胸转体角速度会不一样。因此作者建议在抱胸和落地前两手离胸过程中, 要充分利用两手抱胸动作的快慢技术以达到不同的转体角速度。  $0.84 \text{ s}$  后转体角速度开始减小, 而前空翻角速度在  $0.96 \text{ s}$  处达到最大值  $18.5 \text{ rad/s}$ , 后空翻角速度在  $1.08 \text{ s}$  处达到最大值  $-11.7 \text{ rad/s}$ 。从影片图像上看吕军海这一时段已从立在空中转向横躺空中, 身体顺重力而下。但在此时段  $1.04 \text{ s}$  转体  $532.90^\circ$  处转体瞬时角速度又一次接近最大值, 达到  $19.0 \text{ rad/s}$ 。这一特点在吕军海另两次转体  $990^\circ$  跳马动作以及其他运动员转体  $810^\circ$  跳马动作的数据中都有, 即转体角速度在第二腾空阶段形成双峰形态, 见图2 (文献[18]采用的是平均广义速度, 因此没有对此特点的报道)。这一特点说明运动员在空中靠四肢和头的动作来控制躯干有节奏地加速和减速转体,

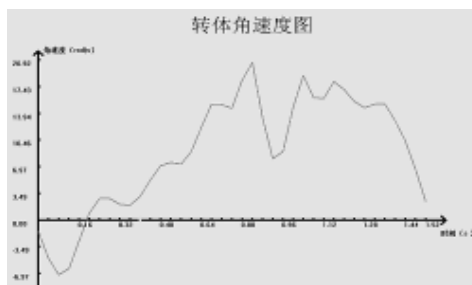


图2 吕军海第二腾空转体  $990^\circ$  成双峰形态的躯干转体角速度图

Figure 2 Body Twist Angular Velocity in Double Peak Shape during Lu Junhai's 2nd Takeoff Twist



因此很明显运动员肢体控制 ( $\dot{\rho}_x$  或  $\dot{\rho}_y$ ) 的好坏直接关系到转体甚至整个动作的成败。

从整个第二腾空阶段的所有角度和角速度量值来看,侧翻角度、角速度的量值最小,空翻角度、角速度的量值较大,转体角度、角速度的量值最大。这和踏板到推手阶段侧翻角度、角速度的量值最大完全不同。因此在第二腾空阶段侧翻只是向空翻做过渡,空翻与转体角速度起到决定性的作用。

## 4 结论与建议

4.1 吕军海上板瞬间身体保持平动,动作低而快速有力,质心水平速度为7.36 m/s。上板后为了侧手翻上马,吕军海在板上就利用脚对板作用的旋转力矩发动转体,这比在第一腾空中发动转体有效。

4.2 吕军海跳马侧手翻直体侧空翻转体990°动作有“早旋”,这与只有“晚旋”的前手翻上马空翻转体动作有很大差别。离马腾空瞬间要有初始转体角速度即“早旋”可能是侧空翻转体动作的重要特点。

4.3 吕军海第二腾空侧翻最大角速度为-11.1 rad/s,空翻最大角速度为18.5 rad/s,在转体333.47°时转体角速度达到最大20.7 rad/s,且整个第二腾空躯干转体角速度曲线呈双峰形态。

4.4 采用人体三维转动新的运动学指标和方法—卡尔丹角及绝对角速度对跳马侧手翻直体侧空翻转体990°动作进行全过程测试分析,给出了完整的人体侧翻、空翻、转体三维转动数据,揭示了该动作技术三维转动规律以及侧翻、空翻、转体的技术特征,这在国内尚属首次。

## 参考文献

- [1] 李伟、姚侠文、徐元玉. 道格勒斯库跳马前手翻团身前空翻2周转体180°运动学分析[J]. 体育大学学报, 2004, 27 (12): 1713-1716.
- [2] 周强. 对3名世界优秀体操运动员跳马前手翻动作技术的分析[J]. 中国体育科技, 2002, 38 (10): 30-31.
- [3] 袁志华. 男子跳马前手翻空翻类高难动作的上板及踏跳技术研究[J]. 成都体育学院学报, 1995, 21 (2): 32-36.
- [4] 郑玉霞. 陆斌跳马前手翻直体前空翻转体720°动作的运动学分析[J]. 鞍山师范学院学报, 2004, 6 (6): 90-92.
- [5] 赵焕彬, 郝元未, 王海涛. 男子跳马前手翻团身前空翻2周动作第2腾空技术的运动学分析[J]. 中国体育科技, 1999, 35 (2): 32-36.
- [6] 姚侠文, 刘家骥, 陈碧英, 等. 袁柯霞跳马键子转体180°前手翻屈体前空翻动作的运动学分析[J]. 北京体育大学学报, 1996, 19 (1): 63-68.
- [7] 邵斌, 薄云霄, 高健. 黄力平跳马“键子转体180°前手翻屈体前空翻”的三维分析[J]. 北京体育大学学报, 1997, 20 (1): 83-89.
- [8] 魏翔, 姚侠文, 黄玉斌. 卢裕富跳马侧手翻转体90°团身后空翻两周半的运动学分析[J]. 体育科学, 2001, 21 (4): 38-41.

- [9] 董汉英. 霍莉坤跳马键子后手翻直体后空翻转体540°动作的运动学分析[J]. 西安体育学院学报, 2001, 18 (2): 72-74.
- [10] 杨金田, 崔景辉, 付丽敏. 十运会程菲跳马键子转体180°前手翻转体180°直体前空翻动作的运动学分析[J]. 山东体育学院学报, 2007, 23 (1): 72-74.
- [11] 姚侠文, 翟建中, 饶旺生. 楼云和克劳尔跳马前手翻屈体前空翻转体180°动作运动学特征的对比[J]. 北京体育大学学报, 1994, 17 (2): 91-94.
- [12] 张贞, 姚侠文, 徐元玉等. 王恬恬跳马键子后手翻直体后空翻转体720°的运动学分析[J]. 北京体育大学学报, 2005, 28 (4): 571-573.
- [13] 郑玉霞, 姚侠文, 袁毅. 黄旭跳马键子跳转180°接前手翻直体前空翻转体180°动作的运动学分析[J]. 成都体育学院学报, 2006, 32 (2): 109-112.
- [14] 徐华, 薛晶, 杜传喜. 杨亚红和王湑湑跳马前手翻直体前空翻转体540°的三维运动学分析[J]. 北京体育大学学报, 2004, 27 (5): 714-715.
- [15] 杜卫鸽, 姚侠文, 王向东. 杨亚红跳马侧手翻直体侧空翻转体630°运动学分析[J]. 北京体育大学学报, 2008, 31 (4): 565-568.
- [16] 董汉英. 技巧前手翻连接直体前空翻和直体前空翻转体720°的运动学分析[J]. 北京体育大学学报, 2001, 24 (9): 419-421.
- [17] 姚侠文, 李吉等. 邢傲伟跳马侧手翻直体侧空翻转体810°的运动学分析[J]. 北京体育大学学报, 2004, 27 (3): 402-404.
- [18] 李吉. 杨威跳马侧手翻直体侧空翻转体990°动作的运动学分析[J]. 北京体育大学学报, 2006, 29 (10): 1427-1430.
- [19] 洪嘉振. 人体腾空的数学模型[A]. 北京: 全国第四届运动生物力学会议论文集[C], 1992.
- [20] 体育学院通用教材. 运动解剖学[M]. 北京: 人民体育出版社, 1989, 4-7.
- [21] 周起钧. 多刚体系统动力学[M]. 北京: 北京大学, 1987. (讲义教材)
- [22] 郑秀媛, 等. 现代运动生物力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007.
- [23] 岳卫亚. 人体三维动态影片分析系统研究[D]. 北京: 北京体育大学, 1991.
- [24] 王萼芳. 线性代数[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000, 220-223.
- [25] 谭浩强, 田淑清. FORTRAN语言—FORTRAN77结构化程序设计[M]. 北京: 清华大学出版社2000.
- [26] 周长发. 精通Visual C++ 图像编程[M]. 北京: 电子工业出版社, 2000.
- [27] 赵密. “晚旋”技术原理初探[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版), 1986, 4(2): 29-33.
- [8] 刘延柱, 洪嘉振, 扬海兴. 多刚体系统动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1989.
- [29] 洪嘉振. 计算多体系统动力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.

(责任编辑: 何聪)